Metodologia baseada no Algoritmo de Dijkstra para roteirização de pontos turísticos em Ouro Preto

André Luís Silva (UFOP) – andreluismg@gmail.com

Lucas Machado de Oliveira (UFOP) – lucasmachadero@gmail.com

Rafael Quintão de Andrade (UFOP) – rafaelqandrade@gmail.com

Resumo: Qual é o caminho mais curto até um destino? Esta pergunta, apesar de sua simplicidade, possui uma complexidade relativamente grande. Isto é colocado, pois existem diferentes interpretações desta: especificação de menores rotas entre dois pontos, cálculo de centros de rotas, determinação de rotas com restrições, estudo de velocidades para se calcular rotas dentre outras. Diante deste contexto, o presente trabalho pretende abordar a determinação de rotas entre pontos de um grafo de distâncias na cidade de Ouro Preto. O algoritmo empregado neste trabalho foi baseado no Algoritmo de Dijkstra e a metodologia utilizada foi o estudo de caso.

Palavras - chave: Grafos; Algoritmo de Dijkstra; Roteirização.

1. Introdução

Qual é o caminho mais curto? Apesar desta pergunta se valer de poucas palavras para sua formulação, há muitas versões para sua resposta. Alguns pesquisadores investigaram modelos matemáticos para fazer sua descrição, outros investiram seu esforço para propor métodos que determinem o referido caminho.

Uma possível questão derivada desta pergunta é a determinação do menor caminho entre dois nós de uma rede de transporte ou de um grafo de distâncias.

“A importância do caminho como subestrutura do grafo, por um lado, e a definição de distância associada ao valor mínimo de um caminho, por outro, conferem à classe de problemas de minimização de caminhos uma posição de relevo na teoria, tanto pela diversidade das situações nas quais esses problemas são encontrados, como pela sua colocação como etapa obrigatória em qualquer situação cujo estudo exija o conhecimento das distâncias em um grafo” (NETTO, 2006).

Para resolução de problemas desta espécie existem vários algoritmos (ANDRADE, 2004; MOREIRA, 2007; PASSOS, 2008; PRADO, 2004). Ou seja, é necessário decidir quais (ou qual) se adaptam melhor às necessidades da proposição a ser abordada. Um exemplo de uma possível proposição é a investigação do quão rápido a solução do caminho mínimo é atingida.

Neste artigo será utilizado o Algoritmo de Dijkstra, tal como apresentado em Taha (2008) para a viabilização de uma roteirização de caminhos mínimos de uma rede de transporte. Este algoritmo trabalha com grafo de distâncias com vértice-fonte e necessariamente valores das arestas maiores ou iguais a zero.

Será realizada uma revisão teórica de grafos, roteirização e caminho mínimo para que a compreensão da metodologia se dê de forma mais simples. Em seguida serão apresentados os procedimentos que compõem o Algoritmo de Dijsktra e por último um estudo de caso, onde será apresentada a metodologia proposta.

O objetivo deste trabalho é apresentar a aplicação do procedimento baseado no Algoritmo de Dijsktra ao problema de geração de uma roteirização com caminhos mínimos de uma rede de transporte entre pontos turísticos em Ouro Preto.

2. Metodologia

Valeu-se de um estudo de caso para atingir o objetivo deste trabalho. Para Goode e Hatt (1979), o estudo de caso é um meio de organizar os dados, preservando do objeto estudado o seu caráter unitário. Ou seja, a opção de se organizar um estudo de caso refere-se à preservação dos pontos específicos e únicos do objeto estudado, neste caso aqueles ligados a cidade de Ouro Preto e suas rotas.

Para Marconi e Lakatos (2005) o estudo de caso é um estudo em profundidade, exaustivo, visando obter o máximo de informações que permitem o amplo conhecimento.

No entendimento de Danton (2002) o estudo de caso é tomado como unidade significativa do todo. Neste trabalho, o cálculo das rotas em pontos turísticos na cidade de Ouro Preto via metodologia que engloba o Algoritmo de Dijkstra pode ser tomado como um elemento significativo do estudo para a determinação de rotas. Logo, este estudo pode ser tomado como referência para cálculos similares e projetos correlatos.

3. Redes e caminhos em grafos

A resolução de problemas que envolvem percursos ou caminhos em uma rede costuma fazer uso de uma estrutura bastante conhecida no ramo da matemática discreta, os grafos. “Dado G = (V, E), onde V (conjunto discreto) recebe os vértices, e E sendo a família cujos elementos (não vazios) são definidos em função dos elementos de V, também conhecido como arestas” (NETTO, 2006).

Um tópico importante que deve ser levado em consideração, pois está diretamente ligado à teoria dos grafos, são os subgrafos. São subestruturas especificadas da seguinte forma C = (M, N) desde que $M \subseteq V$ e $N \subseteq E$. Na maioria dos casos em que se trata do problema de minimização de caminhos, o objetivo é a determinação de subestruturas específicas como essa, pois a partir da mesma é mais fácil tratar as limitações do problema.

Como na maioria dos casos práticos, para sua modelagem, utiliza-se de grafos para representação e a mesma apresenta grande quantidade de informação associada. Para melhor visualização e percepção representa-se graficamente e rotulam-se os vértices de modo a tornar mais claro as necessidades do modelo.

Grafos orientados são aqueles os quais as arestas fornecem a informação do sentido que o fluxo segue, ou seja, fornece a direção de qual trajetória pode se tomar a partir do vértice de onde a mesma sai. Estes grafos orientados diferem dos não orientados especificamente por não carregarem esses dados na sua representação.

Na topologia dos grafos orientados é interessante ressaltar a relação que pode existir entre um vértice e outro, como por exemplo, seus antecessores e os seus sucessores.

Demais atribuições e definições presentes na teoria dos grafos serão omitidas por não fazerem parte do escopo do estudo de caso deste trabalho.

4. Algoritmo de Dijkstra

O Algoritmo de Dijkstra foi criado para estimativa do caminho mínimo entre dois vértices em grafos. Seu criador, Edsger Wybe Dijkstra, o publicou em 1959 e o propósito era demonstrar o quanto o processador ARMAC era eficiente.

"O *Algoritmo de Dijkstra* encontra o menor caminho entre quaisquer dois nós da rede, quando todos os arcos têm comprimento não-negativo. Nele é utilizado um procedimento iterativo, determinando, na iteração 1, o nó mais próximo do nó 1, na segunda iteração, o segundo nó mais próximo do nó 1, e assim sucessivamente, até que em alguma iteração o nó destino seja atingido" Arenales et al (2007).

O tempo computacional de execução deste algoritmo em um dado grafo G com m arestas e com n vértices é de $O([m+n]\log n)$.

O algoritmo permite execuções com grafos orientados ou não orientados. Também é possível viabilizar sua execução com pesos em suas arestas determinando "graus de dificuldade" em se transpor uma delas. Outra questão que merece ser apontada é o fato dos valores das arestas serem não negativos, ou seja, os custos podem ser somente valores nulos ou positivos. Esta última observação é colocada, pois, o resultado proporcionado pelo algoritmo com valores negativos podem não ser exatos tal como afirmado por Sedgewick (2002).

Em Taha (2008) há o pseudocódigo definido tal como no Quadro 1.

QUADRO 1 – pseudocódigo do *Algoritmo de Dijkstra*

Seja u_i a distância mais curta do nó de origem 1 ao nó i, e defina-se d_{ij} ($>=0$) como o comprimento do arco (i,j). Então, o algoritmo define o rótulo para um nó imediatamente posterior, j, como:

$$[u_j, i]=[u_i+d_{ij}, i], d_{ij}>=0$$

O rótulo para o nó inicial é [0,-], o que indica que o nó não tem nenhum predecessor.

Os rótulos dos nós no Algoritmo de Dijkstra são de dois tipos: *temporários e permanentes*. Um rótulo temporário é modificado se for possível encontrar uma rota mais curta até um nó. Se não for possível encontrar uma rota mais curta até um nó. Se não for possível encontrar nenhuma rota melhor, o status do rótulo temporário muda para permanente.

Etapa 0: Rotule o nó de origem com o rótulo permanentes [0, -]. Determine $i=1$.

Etapa i:

(a) Calculo os rótulos *temporários* [u_i+d_{ij}, i] para cada nó j que puder ser alcançado partido do nó i, contando que j não seja permanentemente rotulado. Se o nó j já estiver rotulado com [u_j, k] passando por outro nó k, e se $u_i+d_{ij}<u_j$, substitua [u_j, k] por [u_i+d_{ij}, i].

(b) Se todos os nós estiverem rótulos permanentes, pare. Caso contrário, selecione o rótulo [u_r, s], cuja distância ($=u_r$) é a mais curta entre todos os rótulos temporários (empates são resolvidos arbitrariamente). Determine $i=r$ e repita a etapa i.

Fonte: TAHA, 2008.

5. Roteirização

Dado um grafo G = (V,E), onde V é o conjunto de pontos a serem visitados e E o conjunto de arestas, onde o custo associado à mesma representa as distâncias entre os pontos, a roteirização consiste em determinar a seqüência a ser seguida quando se deseja realizar um percurso de modo a minimizar a distância percorrida.

Este problema é classificado como NP-difícil (LENSTRA & RINNOOY, 1981), por apresentar grande complexidade computacional. Essa complexidade inviabiliza, muitas vezes, a obtenção de soluções viáveis em tempo hábil através de métodos exatos (SOSA et al, 2007).

Vários métodos foram desenvolvidos para tentar solucionar problemas semelhantes a este, bem como suas derivações. Foram propostos procedimentos exatos, mas como explicado acima (complexidade NP-difícil) atendem apenas a problemas de pequeno porte, surgindo os artifícios heurísticos que se apresentam como solução para essa limitação.

Um problema de otimização combinatória de grande importância é o Problema do Caixeiro Viajante (PCV) que também faz parte da classe dos problemas de roteirização. Para resolução do mesmo, é necessário realizar um caminho hamiltoniano, onde é obrigatório passar por todos os pontos sem repetir nenhuma passagem (GUEDES et al., 2005).

Análogo ao PCV, a idéia central do artigo baseia-se na aplicação de uma metodologia para definir o caminho mínimo que turistas em Ouro Preto devem percorrer para visitar pontos turísticos.

6. Estudo de caso

Este estudo de caso está organizado da seguinte forma: descrição e justificativa da escolha de Ouro Preto como objeto de estudo empregado no trabalho; apresentação dos dados do modelo; explicação e análise do método utilizado; especificação das ferramentas; análise dos resultados obtidos.

6.1 Ouro Preto – Cidade Turística

O Brasil apresenta uma diversidade cultural muito rica, em todo seu território. Peculiaridades que fazem do país uma nação multiétnica potencializam certas regiões como pólo turístico.

Ouro Preto, antiga capital mineira, está localizado na região do Quadrilátero Ferrífero, região de enorme potencialidade econômica, principalmente devido às atividades mineradoras intensivas. Particularmente, a cidade ouro-pretana é um local repleto de história.

Durante o período colonial, a cidade se tornou pólo econômico, devido à grande quantidade de riquezas minerais na região. Exploração de ouro, minério de ferro, bauxita, dentre outros, motivaram intensa exploração de mão-de-obra e forte execução de cobrança de impostos na região por parte da Coroa Portuguesa.

Movimentos como a Inconfidência Mineira, ao final do século XVIII, começaram a surgir a fim de combater a exploração sobre a Capitania das Minas Gerais, com centro político na própria cidade.

Assim, além de Ouro Preto ter sido o antigo centro econômico e político da região, ficou marcado por personalidades como Joaquim José da Silva Xavier (Tiradentes), Tomás Antônio Gonzaga e Aleijadinho. Dessa forma, Ouro Preto foi construindo ao longo dos anos a sua história de maneira bem particular. Intensa exploração de mão-de-obra escrava e todo o seu contexto econômico e político fizeram da cidade proprietária de grande acervo cultural.

Igrejas de arquiteturas bem peculiares foram construídas e mantidas ao longo dos anos; diversos museus distribuídos em seu território, casarões, ruas calçadas; todos fazem parte da história ouro-pretana, das Minas Gerais, do Brasil e do Mundo.

Com isso, as atividades turísticas na cidade foram se intensificando cada vez mais, principalmente a partir da década de 1980, quando foi declarada como Patrimônio Cultural da Humanidade e obteve grande destaque internacional com a veiculação de uma imagem ligada ao patrimônio (OLIVEIRA & VITTE, 2004).

Isto posto, foram considerados como região de análise para aplicação do método proposto locais turísticos em potencial, para a roteirização com o objetivo de minimizar a distância percorrida pelos turistas. Foram selecionados alguns pontos de visitação turística na região central da cidade, tal como listado abaixo:

- T1: Casa dos Contos.
- T2: Igreja de Nossa Senhora do Carmo.
- T3: Museu de Ciência e Técnica.
- T4: Igreja de São Francisco de Assis.
- T5: Museu do Aleijadinho.
- T6: Museu da Inconfidência.

Vale salientar que há mais pontos turísticos em Ouro Preto que não foram incluídos nesse projeto. A justificativa para tanto é pautada na simplificação dos dados para a didática da aplicação do modelo.

6.2 Dados do Modelo

Para fins de definir as localidades analisadas de forma a criar um percurso entre os pontos turísticos considerados, foi determinada uma região que englobe esses, através de rotas possíveis. Os locais utilizados para o mapeamento da região consistem nos cruzamentos de duas ou mais ruas, ou seja, nos entroncamentos. Assim, a roteirização consiste em identificar através de quais desses locais o passeio turístico se dará, a partir de um dado ponto de origem.

A Figura 1 apresenta o mapa da região considerada e a identificação dos pontos relevantes ao método.

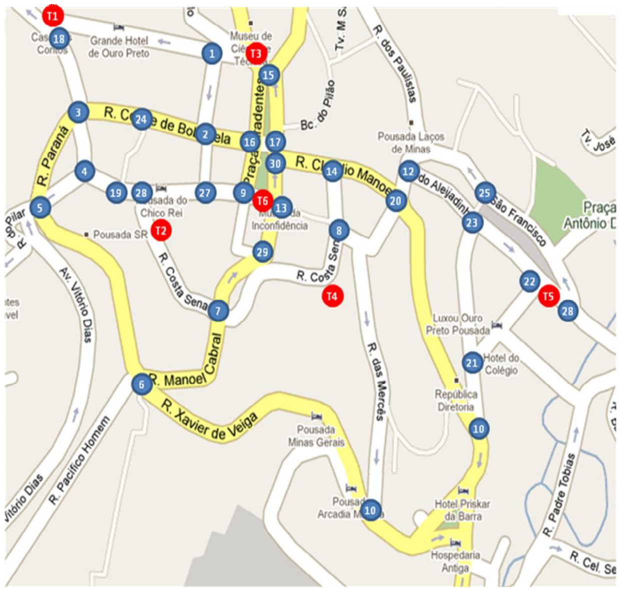

FIGURA 1 – Mapa da Região Analisada. Fonte: adaptado do Google Maps.

Os dados coletados para o método consistem nas distâncias entre pontos adjacentes, ou seja, aqueles que possuem ligação através de rota direta. As medições foram feitas com o auxílio do software Google Maps, disponibilizadas gratuitamente na internet pela Google Corporate Information. Distâncias nulas representam que os locais analisados não possuem adjacência direta.

É importante salientar que as distâncias consideradas são viárias, isto é, através de caminhos possíveis. Partindo do pressuposto que os passeios se darão através de caminhadas, não foram considerados os sentidos de trânsito das ruas.

6.3 Método Proposto

A fim de simplificar o problema, primeiramente utilizou-se o Algoritmo de Dijkstra para o cálculo das distâncias entre os pontos relevantes. O algoritmo de caminho mínimo do Dijkstra estima valores mínimos para trajetórias de um ponto a todos os outros. Trata-se de um método renomado e de resultados plausíveis para o contexto analisado.

O caminho mínimo de um ponto a outro por si só não desencadeia muitas aplicações, visto que a partir de um ponto, pelo método, podem sair vários caminhos. Dessa forma, diversas aplicações têm utilizado o algoritmo para todos os pontos, obtendo assim, estimativas de distâncias mínimas de todos os pontos entre si (SILVA & SANCHES, 2009; SILVA Jr. & LOPES, 2010; ARAÚJO, 2003). Portanto, as distâncias entre os pontos referenciados foram estimadas a partir da aplicação do Algoritmo de Dijkstra em todos os mesmos.

Dessa forma, o problema se resume a fazer a roteirização entre origem e destinos, de forma a percorrer a distância mínima. Trata-se de uma modelagem de otimização combinatória em que o objetivo é definir a permutação de pontos (origens e destinos), percorrendo a menor distância possível.

Diversas heurísticas têm sido desenvolvidas para a resolução desse tipo de problema. Silva Jr. e Lopes (2010) aplicaram o Algoritmo de Clarke e Wright (1964) para a roteirização de veículos com múltiplos depósitos. Silva e Sanches (2009) aplicaram um método baseado no Algoritmo de Dijkstra (1959), para a resolução do Problema do Caixeiro Viajante.

Segundo Hoffman e Wolfe (1985), o Problema do Caixeiro Viajante é um dos mais conhecidos na área de otimização combinatória. Tem atraído a atenção de diversos pesquisadores por ser de grande importância prática e dificuldade de solução (GUTIN E PUNNEN, 2002). Segundo Guedes et al. (2005), o problema consiste em encontrar o ciclo hamiltoniano de custo mínimo, o qual deve percorrer todos os pontos a partir de um dado. Ainda de acordo com Guedes et al. (2005), o número de rotas possíveis são [(n-1)! / 2].

Assim, para o presente problema de 7 pontos a serem permutados, a resolução consiste em encontrar a melhor rota dentre 360 possíveis. Como o número de análises necessárias é relativamente pequeno para a execução computacional, foi aplicado um método de busca exaustiva, a qual armazena e retorna a melhor solução encontrada, que será ótima para as distâncias estimadas.

A partir disso, foi aplicado novamente o Algoritmo de Dijkstra para a roteirização dentre dois pontos consecutivos da rota estabelecida. Assim, obtém-se um guia orientado de esquinas consecutivas a serem seguidas, de forma que a distância percorrida, ao final do percurso, seja uma boa estimativa à distância mínima para percorrer todos os pontos referenciados.

6.4 Ferramentas utilizadas

O algoritmo foi implementado no ambiente de programação Matlab versão R2007a e executado em um computador com as seguintes especificações:

- Processador Intel Core 2 Duo, 1,66 GHz e 1,67 GHz.

- Memória RAM de 1,87 GB.

6.5 Resultados

Os resultados encontrados representam uma sequência de esquinas adjacentes a serem percorridas. Obtém-se, a partir do método proposto, qual a distância a ser percorrida.

Para se ter a visualização da aplicação do método, foi considerado um cenário de uma rota a partir do ponto inicial referenciado pelo número 13 (Figura 1), passando por todos os pontos turísticos especificados.

A solução gráfica obtida pelo método dá noção do sentido e das esquinas as quais devem ser percorridas. Um limitante seria a orientação geográfica dos pontos, que não são seguidos na Figura 2.

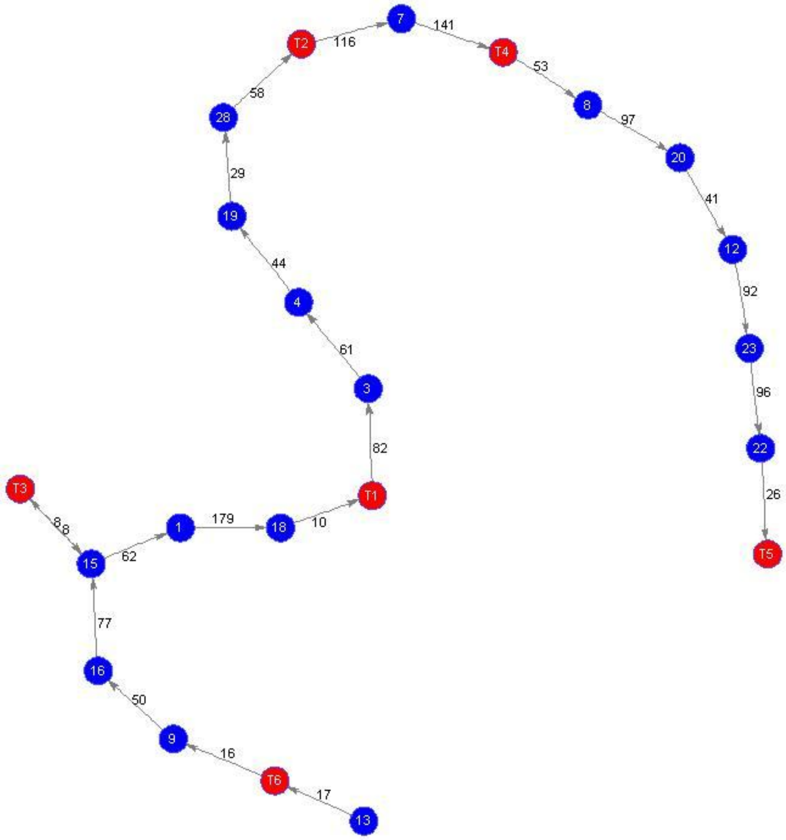

FIGURA 2 – Solução Gráfica. Fonte: autores do trabalho.

A solução obtida apresentou uma distância total percorrida de 1363 metros para o cenário proposto. A Tabela 1 apresenta todas as distâncias percorridas para cada ponto inicial analisado.

TABELA 1 – Tabela de Resultados

Origem	**Distância(m)**	**Origem**	**Distância(m)**	**Origem**	**Distância(m)**
1	1346	**11**	1642	**21**	1376
2	1420	**12**	1453	**22**	1265
3	1342	**13**	1363	**23**	1361
4	1370	**14**	1447	**24**	1405
5	1433	**15**	1284	**25**	1415
6	1593	**16**	1361	**26**	1260
7	1457	**17**	1368	**27**	1364
8	1386	**18**	1270	**28**	1297
9	1362	**19**	1328	**29**	1417
10	1445	**20**	1483	**30**	1380

Fonte: autores do trabalho.

7. Conclusões

O objetivo da metodologia proposta é definir rotas turísticas, em que dado um conjunto de localidades a serem visitadas, as pessoas caminhem a menor distância para percorrer todas essas.

O Algoritmo de Dijkstra mostrou-se eficiente ferramenta para a valoração das distâncias entre pontos referenciados, bem como suas rotas. A sua aplicação no método possibilitou a análise de rotas entre um ponto de origem e destinos pré-definidos, relevantes ao problema descrito.

O método de busca exaustiva possibilita a identificação da rota mínima, dados as distâncias através do algoritmo. Ao fim, o método de Dijkstra é utilizado novamente para identificar a rota total, passando por todos os pontos referenciados. Assim, a metodologia proposta parte da análise de pontos adjacentes até a identificação de uma estimativa de rota completa de distância mínima para percorrer os pontos considerados.

É importante salientar que o método exaustivo de cálculo de rota mínima foi utilizado, pois o problema é de pequena dimensão. Para problemas maiores, é recomendada a aplicação de heurísticas que busquem a melhor solução, devido à complexidade do método.

A região analisada foi escolhida por abranger considerável número de pontos turísticos relevantes à história de Ouro Preto. A representação gráfica da solução, não se baseia na distribuição espacial dos pontos. Para trabalhos futuros, os pontos poderiam se orientar pela sua posição real, para, a partir disso, obter-se a representação gráfica da solução próxima à realidade.

Referências

ANDRADE, E.L. *Introdução a pesquisa operacional:*métodos e modelos para análise de decisões. 3ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2004.

ARAÚJO, R. R. *Um modelo de resolução para o problema de roteirização em arcos com restrição de capacidade.* Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

ARENALES, M. et al. *Pesquisa Operacional*: para cursos de engenharia. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.

CLARKE, G., WRIGHT, J.W. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations Research*, 1964.

DANTON, G. *Metodologia científica*. Pará de Minas: Virtual Books Online, 2002

DIJKSTRA,E.W. A note on two problems in conexion whit graphs. Numerische Mathematik, 1, 1959. p. 269-270

GOODE, W.J. e HATT, PK. *Métodos em pesquisa social*. 5ª ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional;1979:422.

GUEDES, A. C. B.; LEITE, J. N. F.; ALOISE, D. A. Um algoritmo genético com infecção viral para o problema de caixeiro viajante. *Publica:* Revista da Iniciação Científica da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2005.

GUTIN, G. (Ed.); PUNNEN, A. P. (Ed.). *The traveling salesman problem and its variations.* 1ªed. Boston: Springer, 2002.

HOFFMAN, A. J.; WOLFE, P. History. In: LAWLER, E. L (Ed.); LENSTRA, J. K. (Ed.); RINNOOY KAN, A. H. G. (Ed.); SHMOYS, D. B. (Ed.). The traveling salesman problem: *a guided tour of combinatorial optimization*. New York: John Wiley & Sons, 1985. p. 1-16.

LENSTRA, J.;RINNOOY, K.A. *Complexity of vehicle routing and scheduling problems*. Networks, 11,1981. p. 221-227.

MARCONI, M. A. e LAKATOS, E. M. *Fundamentos de metodologia científica*. 6 ª ed. São Paulo: Atlas, 2005.

MOREIRA, D.A. *Pesquisa Operacional*: curso introdutório. São Paulo: Thomson, 2007.

NETTO, P. O. B. *Grafos*: teorias, modelos, algoritmos. 4ª ed. São Paulo:Edgard Blücher, 2006.

OLIVERA, M. R. S.; VITTE, C. C. O fenômeno turístico e suas implicações na cidade de ouro preto. II Encontro da ANPPAS, São Paulo, 2004.

PASSOS, E.J.P.F. *Programação linear:* como instrumento da pesquisa operacional. São Paulo: Atlas, 2008.

PRADO, D. *Programação Linear.* 4ª ed. Nova Lima: INDG, 2004.

SEDGEWICK, R. *Algorithms in C.* 3ª ed. Longman: Addison-Wesley, 2002.

SILVA Jr., O. S.; LOPES, L. A. S. Roteirização de veículos com múltiplos depósitos em sistema de informação geográfica livre. Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2009. Disponível em: http://www.cbtu.gov.br/monografia/2009/trabalhos/artigos/logistica/2_37_AC.pdf. Acessado em: 29 de setembro de 2010.

SILVA, D. F.; SANCHES, A. L. Aplicação conjunta do método de Dijkstra e otimização combinatória para solução do problema do caixeiro viajante. *Simpósio de Excelência em Gestão e Tecnologia*, Resende, 2009

SOSA, N.G.M; GALVAO, R.D; GANDELMAN, D.A. Algoritmo de busca dispersa aplicado ao problema clássico de roteirização de veículos. *Pesquisa Operacional*. Rio de Janeiro, 27, n. 2,2007.

TAHA, H. A. *Pesquisa Operacional*: uma visão geral. 8ª ed. São Paulo: Pearson, 2008.