

Um modelo matemático de programação linear inteira para a alocação de horários na Escola Estadual Effie Rolfs

Mateus Tartaglia (UFV) mateus.tartaglia@ufv.br

Lana Mara Rodrigues dos Santos (UFV) lanamara@ufv.br

Iago Carrara Roque (UFV) iago.roque@ufv.br

Resumo: O Problema de Programação de Horários em Escolas consiste na alocação de professores e turmas a uma sequência de horários em determinado período. Este problema pode ser modelado matematicamente como um problema de Programação Linear Inteira em que devem ser considerados requisitos pedagógicos, organizacionais e pessoais da escola. Destaca-se que em cada escola, seja no Brasil ou em outros países, estes requisitos variam dificultando que seja desenvolvido um modelo matemático que funcione para todas. No entanto, quando se desenvolve um modelo para problemas particulares o resultado pode ser satisfatório. Assim, neste trabalho será apresentado o modelo matemático proposto para o caso da Escola Estadual Effie Rolfs. Como o problema possui dois objetivos distintos, este modelo matemático foi dividido em duas fases. A primeira fase visa encontrar o valor mínimo de horários indesejáveis alocados aos professores. A segunda, com este valor fixado, tem como objetivo a minimização de janelas na grade horária dos professores. Os testes computacionais foram realizados utilizando uma instância baseada nos dados obtidos com a coordenação da escola. O problema foi resolvido com o auxílio de um software de otimização linear e o resultado, no contexto dos objetivos utilizados, apresentou melhor qualidade que o utilizado em 2013.

Palavras-chave: Problema de Programação de Horários em Escolas; Programação Linear Inteira; Modelo Matemático; Escola Estadual Effie Rolfs.

1. Introdução

Antes do período letivo em uma escola começar, a coordenação desta deve fazer um planejamento para que as atividades ocorram normalmente, por exemplo, deve marcar as datas para os exames, fazer um calendário que leve em conta os feriados, contratar professores, entre outros deveres. Uma parte importantíssima do planejamento é a montagem da grade horária, que provavelmente será usada pelo resto do período letivo.

Este problema é conhecido como Problema de Programação de Horários em Escolas (PPHE) e consiste na alocação de professores e turmas a uma sequência de horários pré-fixados para certo período (geralmente uma semana), considerando certas restrições. Estas restrições aparecem devido a requisitos presentes na escola, os quais são divididos em três categorias: organizacionais, pedagógicos e pessoais.

Os requisitos organizacionais referem-se à alocação de salas, laboratórios, ginásios esportivos, atendimento da legislação, carga horária de cada disciplina e professor. Os requisitos pedagógicos estão relacionados ao bom aproveitamento das aulas, por exemplo, determinadas disciplinas funcionam melhor tendo aulas distribuídas uniformemente durante a semana, enquanto outras precisam tê-las concentradas em um único dia. Os requisitos pessoais são ligados às preferências do corpo docente, como preferência de horários e dias ou diminuição do número de janelas entre aulas (MARTINS, 2010).

Cada requisito impõe uma restrição diferente ao problema, no entanto podem-se diferenciar dois tipos de restrições: fortes e fracas. As restrições fortes definem a factibilidade do problema, ou seja, elas precisam ser obedecidas para que o problema tenha uma solução viável. Um exemplo de solução inviável é a alocação de um professor para ministrar uma aula em duas turmas em um mesmo horário. Já as restrições fracas definem a qualidade do problema, logo, caso sejam violadas, o problema ainda possui uma solução, mas quanto mais forem obedecidas, melhor a satisfação geral. Um exemplo é um professor possuir um horário indesejável para ministrar uma aula, se for alocado a este horário o problema ainda terá solução, pois ele poderá trabalhar, mas caso não seja alocado, sua satisfação seria maior (MARTINS, 2010).

Atender todas estas restrições não é uma tarefa fácil, o que pode ser um problema para várias escolas onde a grade horária é feita manualmente. Geralmente, quando feita de forma manual, a visualização do atendimento a restrições básicas é uma grande dificuldade. Assim, os responsáveis por fazê-la podem gastar muito tempo para encontrar uma solução, mesmo que de má qualidade. Quando a solução é encontrada ela é logo escolhida e, se não for boa, pode ser muito prejudicial para alunos e deixar o corpo docente insatisfeito, o que influencia na qualidade geral da escola (POULSEN; BANDEIRA, 2013).

Uma forma de resolver o PPHE é a utilização de Programação Linear Inteira, em que se procuram soluções para variáveis de decisão inteiras, ao mesmo tempo em que satisfazem restrições lineares de um modelo matemático. Muitos estudos têm sido feitos nesta área, porém este problema é de difícil generalização devido a variações do sistema escolar pelo mundo e até mesmo dentro de um país, como percebemos no Brasil. Uma mostra desta variação de sistema escolar encontra-se em Poulsen (2012), em que é apresentado um quadro de resumo de trabalhos anteriores sobre programação em escolas no Brasil, em Portugal, Canadá, Alemanha, Grécia, Itália, entre outros.

Neste trabalho iremos utilizar diferentes publicações para determinar um modelo matemático de programação linear inteira que melhor se adéqua a Escola Estadual Effie Rolfs, uma escola de ensino fundamental e médio, e demonstraremos que estudar o problema especificamente de uma escola, considerando o que a coordenação julga ser mais importante, pode gerar soluções de boa qualidade e que satisfaçam mais o corpo docente e os alunos.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: na Seção 2 são apresentadas as literaturas utilizadas que contribuíram para alcançar o objetivo deste trabalho; na Seção 3 o problema para a escola estudada é formalmente definido; na Seção 4 é apresentada a formulação matemática para o problema; na Seção 5 estão contidos os resultados computacionais e as comparações realizadas; por fim, na Seção 6 temos as conclusões retiradas a partir dos resultados e também os possíveis trabalhos futuros.

2. Revisão de Literatura

Nesta seção serão abordados alguns trabalhos realizados na área de programação de horários em escolas e que enriqueceram o conteúdo deste trabalho.

Os problemas de alocação de horários, em sua maioria, apresentam algumas restrições básicas que devem aparecer em suas formulações matemáticas. Estas restrições asseguram que um professor cumpra a carga horária destinada a ele e que não haja conflito de horários, evitando que um professor dê aula para mais de uma turma em um horário e que uma turma receba aula de mais de um professor em um horário. Uma formulação que contem estas restrições é chamada de formulação simplificada para o problema e pode ser vista em Carvalho (2011), De Werra (1985), Martins (2010), Santos e Souza (2007) e Schaefer (1999).

Em Poulsen e Bandeira (2012) é proposta uma formulação que leva em conta o número de aulas previsto para uma disciplina e a possibilidade de conflitos em relação as salas de aula. Esta formulação possui multiobjetivos, entre eles o atendimento da preferência da escola para que certas disciplinas sejam ministradas por determinados professores, e o atendimento da preferência dos professores em ministrar determinadas disciplinas.

Em Santos e Souza (2007) é realizada uma análise com os principais tipos de problemas de Programação de Horários, entre eles a Programação de Horários em Escolas em que é apresentado, além da formulação simplificada, um modelo matemático com restrições de compacidade. Este modelo matemático busca aumentar a qualidade da solução a partir de um peso aplicado na função objetivo para cada um dos três objetivos: menor número possível de dias que um professor dá aula, atender o número de aulas geminadas que um professor requisita e diminuir o número de janelas de um professor em um dia letivo. Além disto, ele traz uma restrição forte do limite diário de aulas de um professor para uma turma, que vai depender do desejo da escola.

Sousa et al (2008) traz duas formulações matemáticas. Nas duas leva-se em conta diversos objetivos, ponderados com pesos na função objetivo. Estes objetivos são os seguintes: maximizar os dias de aulas alternados para os professores em uma turma, minimizar o número de janelas, ter um máximo de professores de educação física por horário de aula, evitar que aulas de mesma disciplina em um dia não sejam geminadas, atender o número de aulas geminadas de um professor e diminuir o número de dias que o professor deve comparecer a escola. A diferença entre as duas formulações apresentadas está no fato da primeira fazer a alocação apenas com aulas unitárias enquanto que a segunda traz a divisão de aulas unitárias e binárias. Esta divisão em aulas de dois tipos permitiu diminuir o número de variáveis auxiliares no modelo matemático.

Em Góes et al (2010) é feita uma abordagem em relação a três métodos de resolução de um problema de programação de horários em escolas: métodos exatos, heurísticas e método misto. Os métodos são utilizados na geração da grade horária de uma escola municipal na cidade de Araucária, PR, sendo realizada uma comparação entre eles, mostrando como uma heurística pode gerar uma solução mais rápida, mas que a resolução por métodos exatos gera uma solução de melhor qualidade, atendendo melhor os objetivos propostos.

Por fim, Pillay (2013) faz um trabalho de revisão bibliográfica, trazendo comentários sobre diversos textos produzidos até o momento no que se refere à Programação de Horários em Escolas. Esta revisão traz os termos mais comuns utilizados nas publicações e o que estas ofereceram de melhor em termos de modelagem dos problemas ou evolução nos métodos de resolução, por exemplo, o uso de heurísticas.

Os trabalhos citados nesta seção contribuíram para este trabalho como um todo e, principalmente, para a formulação de um modelo matemático eficiente para o problema escolhido. Este problema está descrito na próxima seção.

3. Descrição do Problema

Nesta seção apresentaremos a descrição do problema estudado, com as especificidades da escola em questão.

O problema escolhido foi da Escola Estadual Effie Rolfs, uma escola de ensino fundamental e médio localizada dentro do campus da Universidade Federal de Viçosa (UFV). As turmas são divididas em três turnos: manhã, tarde e noite. Como a grade horária de cada turno é confeccionada separadamente, este trabalho estudará a grade gerada apenas para o

turno da manhã. Neste turno as aulas são ministradas para um total de 16 turmas: 3 turmas do 8º ano e 3 turmas do 9º ano do ensino fundamental; 4 turmas do 1º ano, 3 turmas do 2º ano e 3 turmas do 3º ano do ensino médio.

O número de salas é suficiente para todas as turmas, diferenciando apenas o espaço para prática de educação física, onde apenas duas turmas podem ter aulas em um mesmo horário. Como no Effie Rolfs as aulas de uma turma acontecem em uma única sala, a alocação entre turma e sala é previamente feita pela coordenação da escola. Sendo assim, não precisa ser feita por este modelo.

As aulas acontecem de segunda à sexta-feira, com cinco horários em cada dia, para cada turma. As aulas preenchem todos os horários disponíveis na grade horária semanal. Estes horários são divididos entre 31 professores, que são previamente alocados pela coordenação da escola para lecionar aulas em determinadas turmas e de determinadas disciplinas, o que é representado no modelo matemático pela carga horária semanal de um professor.

Além disto, é importante destacar que, buscando tornar o turno de aula menos maçante para os alunos, não é permitido que haja duas aulas duplas (geminadas) em um mesmo dia e que um professor dê mais de duas aulas para uma turma em um mesmo dia. Portanto, uma turma deve ter aula de pelo menos quatro professores em um dia. Por fim, se um professor leciona duas aulas para uma turma em um dia, estas aulas devem vir em sequência.

Assim, o problema deve satisfazer as seguintes restrições fortes:

1. O professor deve cumprir a carga horária que é designada a ele;
2. Uma turma só deve receber aula de somente um professor em um horário;
3. Um professor deve lecionar para apenas uma turma em um horário;
4. Um professor poderá lecionar no máximo duas aulas para uma turma em um mesmo dia;
5. Uma turma poderá receber apenas uma aula dupla por dia;
6. Se o professor dá duas aulas para uma turma em um dia, estas aulas devem ser geminadas;
7. Apenas duas turmas podem ter aula de educação física ao mesmo tempo, devido a limitações de espaço.

Satisfazendo as restrições fortes dadas sabemos que o problema tem solução. Assim, surge a importância de melhorar a qualidade da solução. Para isto, levaremos em conta a informação obtida com a coordenação do Effie Rolfs de que os professores possuem restrições de horários por motivos diversos e, desta forma, desejam ter alguns horários livres na grade horária. Isto motiva a minimização da alocação de professores a esses horários que eles desejam estar livres. Além disto, caso um professor tenha horários vagos entre suas aulas em um dia, este tempo pode ser ocioso, já que não há tempo hábil para fazer deslocamento da escola para outro local e voltar. Visando evitar situações deste tipo, a minimização destes horários vagos pode aumentar a satisfação do corpo docente, deixando o horário dos professores mais compacto.

Com isto, temos duas restrições fracas para este modelo:

8. Busca-se alocar os professores ao menor número de horários indesejáveis possíveis;
9. Evitar janelas nos horários dos professores.

Com o exposto temos todas as informações necessárias para que o modelo seja reproduzido de maneira mais fiel possível, o que será feito na próxima seção.

4. Modelo matemático

O problema descrito possui dois objetivos distintos, sendo que o objetivo (8) da Seção 3 possui prioridade de ser atendido. Desta forma, o modelo matemático foi dividido em duas fases. Na primeira fase o objetivo é minimizar o número de horários indesejáveis dos professores. O valor da função objetivo encontrado nesta fase é inserido como restrição na segunda fase. Nesta fase, que possui as mesmas restrições fortes da primeira, o objetivo é minimizar o número de janelas na grade horária dos professores, mantendo a qualidade da solução no contexto de minimizar o número de horários indesejáveis.

Este modelo matemático contém os parâmetros:

P : conjunto com $|P|$ professores;

EF : conjunto de professores de educação física;

T : conjunto com $|T|$ turmas;

D : conjunto de todos os dias de aula por semana;

ND : número de dias de aula por semana;

H_d : conjunto de todos os horários de um dia d da semana;

NH_d : número de horários de aula em um dia d ;

R_{pt} : número de aulas por semana que o professor p deve cumprir na turma t ;

I_{pdh} : 1 para os horários h indesejáveis do professor p no dia d , 0 caso contrário;

4.1 Primeira Fase

Nesta subseção apresentaremos as restrições presentes na primeira fase do modelo matemático, o qual possui as seguintes variáveis inteiras:

x_{ptdh} : 1 se o professor p leciona para a turma t no horário h do dia d , 0 caso contrário;

z_{ptd} : 1 se o professor p leciona para a turma t no dia d , 0 caso contrário.

O objetivo desta fase é minimizar o número de horários indesejáveis alocados aos professores, o que é obtido através da função objetivo:

$$C = \text{Minimizar} \sum_{p \in P} \sum_{t \in T} \sum_{d=1}^{ND} \sum_{h=1}^{NH_d} x_{ptdh} I_{pdh} \quad (1)$$

Para atender os requisitos apresentados na Seção 3 são apresentadas as restrições:

- Cada professor deve cumprir a carga horária semanal designada a ele para cada turma;

$$\sum_{d=1}^{ND} \sum_{h=1}^{NH_d} x_{ptdh} = R_{pt} \quad \forall p \in P, \forall t \in T \quad (2)$$

- Não é permitido que uma turma receba aula de mais de um professor em um horário;

$$\sum_{p \in P} x_{ptdh} \leq 1 \quad \forall t \in T, \forall d \in D, \forall h \in H_d \quad (3)$$

- Não é permitido que um professor leccione para mais de uma turma em um horário;

$$\sum_{t \in T} x_{ptdh} \leq 1 \quad \forall p \in P, \forall d \in D, \forall h \in H_d \quad (4)$$

- Devido a limitações de espaço físico, em um horário não é permitido aula de educação física para mais de duas turmas;

$$\sum_{p \in EF} \sum_{t \in T} x_{ptdh} \leq 2 \quad \forall d \in D, \forall h \in H_d \quad (5)$$

- Avaliação se um professor lecciona ou não aula para uma turma em um determinado dia;

$$\sum_{h=1}^{NH_d} x_{ptdh} \geq z_{ptd} \quad \forall p \in P, \forall t \in T, \forall d \in D \quad (6)$$

$$\sum_{h=1}^{NH_d} x_{ptdh} / NH_d \leq z_{ptd} \quad \forall p \in P, \forall t \in T, \forall d \in D \quad (7)$$

- Uma turma deve receber aulas de pelo menos quatro professores em um dia, em consequência disto, nenhuma turma receberá duas aulas geminadas em um dia e nenhum professor dará mais de duas aulas para uma turma em um dia;

$$\sum_{p \in P} z_{ptd} \geq 4 \quad \forall t \in T, \forall d \in D \quad (8)$$

- Este conjunto de restrições impede que, caso um professor leccione duas aulas para uma turma em um dia, estas aulas sejam separadas por aulas de outros professores;

$$x_{ptdh} + x_{ptd(h+2)} \leq 1 \quad \forall p \in P, \forall t \in T, \forall d \in D, \forall h = 1, \dots, NH_d - 2 \quad (9)$$

$$x_{ptdh} + x_{ptd(h+3)} \leq 1 \quad \forall p \in P, \forall t \in T, \forall d \in D, \forall h = 1, \dots, NH_d - 3 \quad (10)$$

$$x_{ptdh} + x_{ptd(h+4)} \leq 1 \quad \forall p \in P, \forall t \in T, \forall d \in D, \forall h = 1, \dots, NH_d - 4 \quad (11)$$

A resolução desta primeira fase nos dará o valor mínimo para a função objetivo, chamado de C e que será utilizado na segunda fase do modelo matemático, contida na próxima subseção.

4.2 Segunda Fase

Na segunda fase do modelo matemático o objetivo é determinar uma grade horária compacta no que se refere ao número de aulas livres entre duas aulas de um professor em um dia. Para isto é necessário à inclusão de variáveis ao modelo matemático:

y_{pd} : 1, se o professor p leciona no dia d , 0 caso contrário;

u_{pd} : h se $h \in H_d$ for o último horário de aula do professor p no dia d , 0 caso contrário;

v_{pd} : h se $h \in H_d$ for o primeiro horário de aula do professor p no dia d , 0 caso contrário;

b_{pd} : n se $n \leq NH_d - 2$ for o número de aulas vagas entre a primeira e a última aula do professor p no dia d ;

A variável b_{pd} mede o número de janelas em uma grade horária de um professor, portanto, a minimizamos na função objetivo:

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{p \in P} \sum_{d=1}^{ND} b_{pd} \quad (12)$$

É necessário então avaliar os valores que as novas variáveis terão, o que é dado pelas restrições:

- É verificado se o professor leciona ou não em um determinado dia;

$$\sum_{t \in T} z_{ptd} \geq y_{pd} \quad \forall p \in P, \forall d \in D \quad (13)$$

$$\sum_{t \in T} z_{ptd} / NH_d \leq y_{pd} \quad \forall p \in P, \forall d \in D \quad (14)$$

- Avaliação do último horário de aula de um professor em um determinado dia;

$$u_{pd} \geq h \sum_{t \in T} x_{ptdh} \quad \forall p \in P, \forall d \in D, \forall h \in H_d \quad (15)$$

- Avaliação do primeiro horário de aula de um professor em um determinado dia;

$$v_{pd} \leq (NH_d + 1)y_{pd} - (NH_d + 1 - h) \sum_{t \in T} x_{ptdh} \quad \forall p \in P, \forall d \in D, \forall h \in H_d \quad (16)$$

- O número de aulas vagas entre em um dia para um professor é dado por:

$$b_{pd} = u_{pd} - v_{pd} + y_{pd} - \sum_{t \in T} \sum_{h=1}^{NH_d} x_{ptdh} \quad \forall p \in P, \forall d \in D \quad (17)$$

- O objetivo de minimizar o número de horários indesejáveis dos professores deve permanecer, e é dado pela restrição:

$$\sum_{p \in P} \sum_{t \in T} \sum_{d=1}^{ND} \sum_{h=1}^{NH_d} x_{ptdh} I_{pdh} \leq C \quad (18)$$

- As restrições fortes, de (2) a (11) apresentadas na Subseção 4.1 permanecem na segunda fase do modelo matemático.

Com o modelo matemático finalizado, na próxima seção temos os resultados computacionais de sua implementação e resolução.

5. Resultados computacionais

O modelo matemático apresentado na Seção 4 foi implementado em C++ a partir do ambiente de programação *Microsoft Visual Studio 2010* usando a biblioteca *Concert Technology* e resolvido com o *MIP solver IBM ILOG CPLEX Optimization Studio V 12.4* com as configurações *default*. O equipamento utilizado foi um Ultrabook Samsung com processador Intel Core i5 2467M 1.60 GHz, 4 GB de memória RAM e sistema operacional *Microsoft Windows 7 Home Premium 64 bits*. O tempo máximo de execução foi estipulado em 12 horas.

Na resolução da primeira fase do modelo matemático a solução ótima foi encontrada em 19 segundos. O valor ótimo encontrado foi 3, ou seja, 3 horários dados como indesejáveis foram alocados aos professores. Na resolução da segunda foi encontrado 1 como valor da função objetivo após o tempo de execução de 12 horas ser esgotado. Logo, um professor teve uma janela alocada em sua grade horária, mantendo-se 3 horários indesejáveis designados aos professores. Os resultados dos objetivos propostos precisam ser comparados e para isto utilizaremos os valores da grade horária atual do Effie Rolfs.

A grade horária de 2013 do Effie Rolfs foi gerada com o auxílio do *software* comercial *aSc TimeTables*, que pelo fato de ser genérico não permite particularizar o que a coordenação julga importante como objetivo, adicionando-se a isto o fato de não haver a possibilidade de otimizar o resultado. No entanto, este *software* possui pontos positivos. Um ponto é a excelente interface gráfica, de fácil utilização e boa visualização. Outro é a possibilidade de fazer alterações manuais usando esta interface após a grade horária ser

gerada, em que não é permitido infringir as restrições básicas: cumprimento da carga horária e ausência de conflitos de aulas de turmas e professores.

A grade horária gerada pelo *aSc TimeTables* recebeu ajustes manuais da coordenação do Effie Rolfs e apresentou os seguintes resultados: foram alocados 44 horários indesejáveis para os professores e o número de janelas encontradas foi 20, sendo que um professor chegou a ter 3 janelas em seu horário. Com estes resultados e os determinados pela resolução do modelo matemático apresentado neste trabalho podemos fazer comparações no contexto dos objetivos propostos.

A primeira comparação a ser feita refere-se ao número de horários indesejáveis alocados aos professores, sendo muito menor na resolução do modelo matemático em relação a grade horária atual. A segunda está relacionada ao número de horários vagos entre as aulas dos professores, com um valor encontrado na resolução do modelo matemático também muito menor que o encontrado na grade horária atual.

A partir dos resultados expostos e comparados nesta seção iremos, na próxima, mostrar as conclusões obtidas e os próximos passos.

6. Conclusões e trabalhos futuros

Em relação aos objetivos analisados, percebe-se que a solução determinada pelo modelo matemático é de melhor qualidade que a gerada pelo *software* contendo ajustes manuais feitos pela coordenação. Mas não podemos afirmar que a grade horária como um todo é melhor que a atual, pois existem fatores que não foram considerados neste trabalho e que podem ser importantes para a coordenação. Podemos citar como exemplos os seguintes: minimizar o número de dias que um professor leciona para tornar a grade horária ainda mais compacta, alternar os dias que um professor leciona para uma turma visando dar tempo para os alunos estudarem o conteúdo exposto ou fazerem tarefas e considerar se um professor deseja ou não que suas aulas sejam duplas. O estudo e a inclusão destes fatores no modelo matemático deste trabalho é uma possibilidade para o futuro.

Além da qualidade da solução, podemos retirar conclusões também do tempo de resolução do modelo. A resolução da primeira fase é extremamente rápida, mas a resolução da segunda esgotou o tempo máximo de 12 horas. Este tempo computacional é relativamente grande para se encontrar uma solução de boa qualidade, no entanto, como este é um problema de planejamento estratégico em que a solução gerada uma semana antes do período letivo possivelmente será usada durante todo o período letivo, a resolução por métodos exatos ainda é uma possibilidade para problemas semelhantes.

No entanto, sabemos que existem escolas com dimensões muito maiores, com maior número de professores e alunos, o que pode dificultar ainda mais a encontrar uma solução de qualidade para o problema em um tempo computacional razoável usando métodos exatos. Desta forma, propõe-se como possibilidade para trabalhos futuros o estudo de heurísticas que podem diminuir o tempo de resolução e ainda assim gerar soluções de boa qualidade.

Agradecimentos

Agradecemos ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq pelo financiamento deste trabalho (bolsa de iniciação científica para os alunos Mateus Tartaglia e Iago Carrara Roque) e à coordenação da Escola Estadual Effie Rolfs pelas informações fornecidas.

Referências

- CARVALHO, R.. Abordagem heurística para o problema de programação de horários de cursos. 2011. Dissertação – Engenharia Elétrica, Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.
- DE WERRA, D.. An introduction to timetabling. . *European Journal of Operational Research*, v. 19, p. 151-162, 1985.
- GÓES, A. R. T.; COSTA, D. M. B.; STEINER, M. T. A.. Otimização na programação de horários de professores/turmas: Modelo Matemático, Abordagem Heurística e Método Misto. *Revista Eletrônica Sistemas & Gestão*. v. 5, n. 1, p. 50-66, 2010. Disponível em: <<http://www.uff.br/sg/index.php/sg/article/view/V5N1A4/V5N1A4>>. Acesso em 6 de out. 2013.
- IBM ILOG CPLEX 12.1 User's Manual, 2009.
- MARTINS, J. P.. O Problema do Agendamento Semanal de Aulas. Dissertação - Instituto de Informática, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2010.
- PILLAY, N.. A survey of school timetabling research. *Annals of Operations Research*. Springer US, 2013.
- POULSEN, C. J.. Desenvolvimento de um Modelo para o *School Timetabling Problem* Baseado na Meta-Heurística *Simulated Annealing*. Dissertação – Escola de Administração da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.
- POULSEN, C. J. B.; BANDEIRA, D. L.. Aplicação de um modelo para construção de grades horárias escolares baseado na meta-heurística *Simulated Annealing*. In: Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 2012, Rio de Janeiro. Anais Eletrônicos. Rio de Janeiro: 2012. Disponível em: <<http://www2.claiosbpo2012.iltc.br/pdf/101000.pdf>>. Acesso em 6 de out. 2013.
- POULSEN, C. J. B.; BANDEIRA, D. L.. Uma eficiente heurística baseada na estratégia de divisão-e-conquista para o *school timetabling problem*. In: Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 2013, Natal. Anais Eletrônicos. Natal: 2013. Disponível em: <<http://www.sbpo2013.iltc.br/pdf/114576.pdf>>. Acesso em 6 de out. 2013.
- SANTOS, H. G.; SOUZA, M. J. F.. Programação de Horários em instituições Educacionais: Formulações e Algoritmos. In: Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 2007, Fortaleza. Anais Eletrônicos. Fortaleza: 2007. Disponível em: <<http://www.decom.ufop.br/prof/marcone/Publicacoes/SBPO-2007-PPHE.pdf>>. Acesso em 6 de out. 2013.
- SCHAERF, A.. A Survey of Automated Timetabling. *Artificial Intelligence Review*. v. 13, n. 2, p.87-127, 1999.
- SOUSA, V. N.; MORETTI, A. C.; PODESTÁ, V. A.. Programação da grade de horário em escolas de ensino fundamental e médio. *Pesquisa Operacional*, v. 28, n. 3, p. 399-421, 2008. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/pope/v28n3/v28n3a02.pdf>>. Acesso em 6 de out. 2013.