

O uso da tecnologia de modelagem de um sistema de filas M/M/C na prática docente do ensino superior

Agenor Sousa Santos Neto (PUC-GO) – agenor07@hotmail.com

Maria José Pereira Dantas (PUC-GO) – mjpdantas@gmail.com

Resumo: A utilização da informática como instrumento pedagógico é cada vez mais comum nas práticas docentes, o que possibilita uma dinâmica de ensino capaz de fornecer um aprendizado mais significativo, além de motivar o aluno para a criação de novos conhecimentos. Será realizado um paralelo entre o estudo analítico e a simulação com o propósito de solucionar eventuais problemas de filas M/M/1 e M/M/2. Os resultados parciais permitem evidenciar que o uso da simulação como ferramenta pedagógica no contexto atual é demasiadamente positivo e necessário, oferecendo ao professor e ao aluno uma visão mais real e mais rápida da realidade.

Palavras-chave: Informática, Práticas docentes, Aluno, Simulação, Filas.

1. Introdução

Segundo Silva et al. (2012), os métodos de ensino e aprendizagem têm sido foco de vários estudos no Brasil e no mundo. Na área de Engenharia de Produção diversos fatores podem dificultam o processo de ensino/aprendizagem, sobretudo em temáticas mais complexas, nas quais há dificuldades de visualizar a aplicação da teoria na prática empresarial.

Com a maior interatividade dos jovens com o computador, o aluno prefere um modelo mais dinâmico de aula, que possibilite uma participação mais ativa na construção do conhecimento. A inclusão de dinâmicas como a prática de simulação, pode ser um auxiliar, em determinadas situações pedagógicas, a prática docente do professor de ensino superior (KHALIL, 2012).

O fenômeno de formação de filas constitui-se como uma rotina na vida atual, ocorre em diversas situações, como na indústria, onde uma peça espera para ser lixada ou polida; no aeroporto, onde um avião espera para decolar; e o exemplo mais comum, fila de pessoas esperando um serviço em bancos, lotéricas, supermercados e em tantos outros lugares (BARBOSA et al., 2009).

De acordo com Khalil (2012), o computador é uma ferramenta que possui diversos recursos, os quais são capazes de expressar a realidade com grande similaridade, permitindo que o aluno tenha uma visão dessa realidade virtual por meio de uma tela de computador.

O objetivo dessa pesquisa é construir um modelo de simulação didático de forma eficiente e eficaz para aplicação em sala de aula, com a utilização do computador como máquina de ensinar ou de criar condições de aprendizado.

O presente artigo encontra-se organizado da seguinte maneira: na segunda seção é apresentada a revisão bibliográfica; na terceira seção tem-se a metodologia de pesquisa; na quarta seção é apresentada a simulação realizada; e na quinta seção há as considerações finais.

2. Referencial teórico

2.1 Prática docente

Para fundamentar a existência dos saberes pedagógicos, faz-se necessário verificar inicialmente que prática educativa e prática pedagógica são instâncias complementares, mas não sinônimos (FRANCO, 2008).

A simulação busca representar no computador as condições da realidade prática, e, a partir disso, o aluno poderá investigar, por meio do simulador, as ações que acontecem na realidade das empresas, interagindo e modificando parâmetros do sistema que conduzirão a diferentes situações e resultados para o atendimento dos requisitos desejados (KHALIL, 2012).

Na literatura existem algumas pesquisas que abordam o uso da simulação associada ao ensino. Silva et al. (2012) utilizou a simulação computacional como ferramenta de auxílio para uma melhor compreensão dos Sistemas de Emissão de Ordens do tipo *Two-boundary Control (TBC)*.

Bueno, Diniz e Bachega (2012) aplicam a simulação como ferramenta de apoio visual ao ensino e aprendizagem do sistema de controle da produção *Constant Work in Process (CONWIP)*.

Bremenkamp, Menezes e Carmo (2012) apresentam a utilização de simulações como estratégia lúdica de ensino e aprendizagem em Engenharia de Produção, com o objetivo de desenvolver as habilidades e competências necessárias para a formação do engenheiro.

Segundo Figueiredo, Zambom e Saito (2001), o longo período de tempo decorrido da primeira à última disciplina do curso acaba por criar um vale, separando a visão real particionada do indivíduo e o desejável conhecimento sistêmico. Uma forma de atenuar este vale seria por meio da oferta ao aluno de atividades interdisciplinares, o que permitiria verificar por sua própria iniciativa a aplicabilidade do conhecimento adquirido. Uma ferramenta que permite essa experiência aos discentes é a simulação.

2.2 Simulação

De acordo com Montevechi et al. (2010), simulação diz respeito a importação da realidade para um ambiente controlado onde o comportamento pode ser estudado sob condições variadas, sem riscos físicos e sem altos custos envolvidos.

A simulação computacional permite que estudos sejam realizados a partir de sistemas que ainda não existem, levando ao desenvolvimento de projetos eficientes antes que qualquer mudança física tenha sido estabelecida (RYAN, 2006).

Segundo Prado (2009), há duas etapas para o estudo de simulação de sistemas. A primeira diz respeito à construção do modelo pelo o analista, que deve fornecer alguns dados e obter outros que sejam similares ao sistema que está sendo estudado. A segunda etapa é estruturada na mudança do modelo, já que com base nos resultados obtidos, é possível realizar as análises, gerando recomendações e conclusões.

Andrade (2009) lista alguns dos benefícios que justificam o uso da simulação, entre eles, estão: previsão de resultados na execução de uma determinada ação; redução de riscos na tomada decisão; identificação de problemas antes mesmo de suas ocorrências; eliminação de procedimentos em arranjos industriais que não agregam valor a produção; realização de análises de sensibilidade; redução de custos com o emprego de recursos (mão de obra, energia, água e estrutura física); revelação da integridade e viabilidade de um determinado projeto em termos técnicos e econômicos.

Por sua vez, Freitas Filho (2008) elenca algumas das desvantagens do emprego da simulação, as quais se destacam: treinamento especial para a construção de modelos; difícil interpretação dos resultados de simulação em razão dos processos aleatórios incluídos no modelo; consumo de muitos recursos, principalmente tempo, por parte da modelagem e experimentação associadas a modelos de simulação.

Porém, segundo Law e Kelton (2000), a construção de modelos exige treinamento e experiência prévia e nem sempre a variabilidade de um sistema é bem captada e modelada, podendo levar a resultados equivocados.

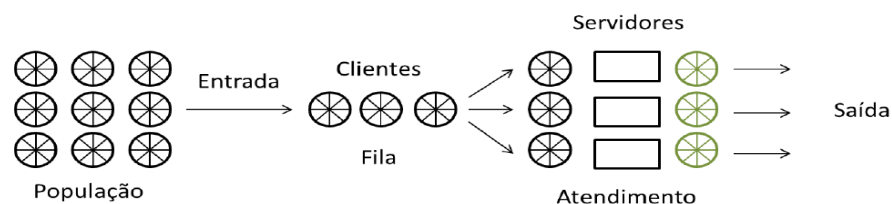
2.3 Teoria das filas

Segundo Cardoso, Fernandes Junior e Santos (2010), as filas são definidas como sistemas que estão diretamente relacionados a rotina das pessoas, sendo vistas de forma bastante desagradável pelas mesmas.

O gerenciamento das filas é essencial, uma vez que as filas estão relacionadas diretamente à percepção dos clientes a respeito do serviço prestado e da necessidade de esperar por ele (SABBADINI; GONÇALVES; OLIVEIRA, 2006).

A teoria das filas é uma técnica analítica que estuda os parâmetros de uma fila de um sistema real, sendo eles, tempo de médio de espera, tamanho médio de fila, taxa média de utilização do servidor. A formação das filas ocorre quando a demanda por um serviço é maior que a capacidade do sistema em atendê-la. O sistema de filas pode ser melhor visualizado conforme Figura 1:

Figura 1 – Sistema de Filas



Fonte: Sampaio e Oliveira (2013)

Existem seis características básicas que definem de maneira adequada um sistema de filas, as quais são descritas a seguir.

- a) Processo de chegada de clientes: em processos de filas comuns, a chegada apresenta comportamento estocástico, ou seja, é descrito no tempo e no espaço de acordo com as leis da probabilidade.
- b) Distribuição de tempo de serviço: o tempo de atendimento pode ser classificado em regular, onde a duração de todos os atendimentos é a mesma; e aleatória, situação mais comum, na qual cada cliente necessita de um tempo próprio de atendimento.
- c) Fila: definição do método de escolha da sequência de atendimento dos clientes quando existe formação de fila. A disciplina mais utilizada rotineiramente é a FCFS (*First Come, First Served*) ou FIFO (*First-In-First-Out*), na qual o primeiro a chegar é o primeiro a ser servido.
- d) Capacidade do sistema: informa as limitações para os possíveis clientes nos processos de filas, sejam elas de caráter físico, monetário ou de tempo de espera.
- e) Número de servidores: chamado também de número de canais de serviço, esta característica aponta a quantidade de pontos de atendimento do sistema que podem servir em paralelo os clientes.

- f) Tamanho da população: o tamanho da população é mensurado pela quantidade de usuários em potencial que podem em algum momento utilizar o sistema, podendo ser finita ou infinita.

2.4 Modelo M/M/C

Se existem mais que c clientes no sistema, todos os c servidores devem estar ocupados com uma taxa média de serviço μ e com a taxa média de saída do sistema igual $c\mu$. O M/M/c é aplicado em casos de população infinita.

Neste artigo serão abordadas duas ramificações do modelo M/M/C: os modelos M/M/1 e M/M/s.

2.4.1 Modelo M/M/1

O modelo M/M/1, exposto na Figura 2, é caracterizado como um sistema no qual os clientes chegam, são atendidos e então, deixam o sistema. Este modelo é elucidado como um sistema markoviano e o algoritmo 1 mostra a presença de um único servidor. Seu principal aspecto é a predominância de um único servidor e os tempos entre chegadas dos clientes e tempos para atendimento seguem uma distribuição exponencial (CRUZ, 2012).

Figura 2 – Modelo de Fila M/M/1

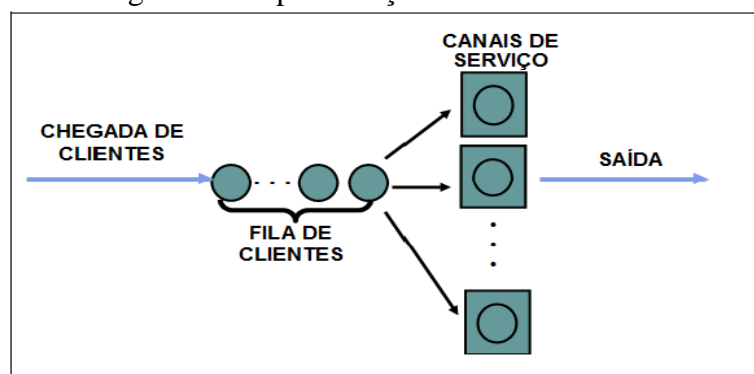


No modelo M/M/1, λ representa a taxa de chegada durante um determinado período de tempo. A variável μ diz respeito à taxa de atendimento. Portanto, a taxa de utilização do sistema é descrita como $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$. O sistema deverá apresentar $\lambda < \mu$ ($\rho < 1$), caso contrário, o sistema se torna instável, ou seja, a fila não irá crescer cada vez mais (FREITAS FILHO, 2008).

2.4.1 Modelo M/M/s

De acordo com Munk, Martins e Chiyoshi (1998), o modelo M/M/s visa demonstrar a formação de filas por uma determinada quantidade de clientes (C), sendo o atendimento realizado por um ou mais servidores (S), conforme mostra a Figura 3:

Figura 3 – Representação do Sistema M/M/s



Fonte: Munk, Martins e Chiyoshi (1998)

O modelo M/M/s é marcado pelas seguintes características: taxa de chegada (λ) e de atendimento (μ), sendo que a taxa de atendimento é a mesma para todos os atendentes. No momento em que

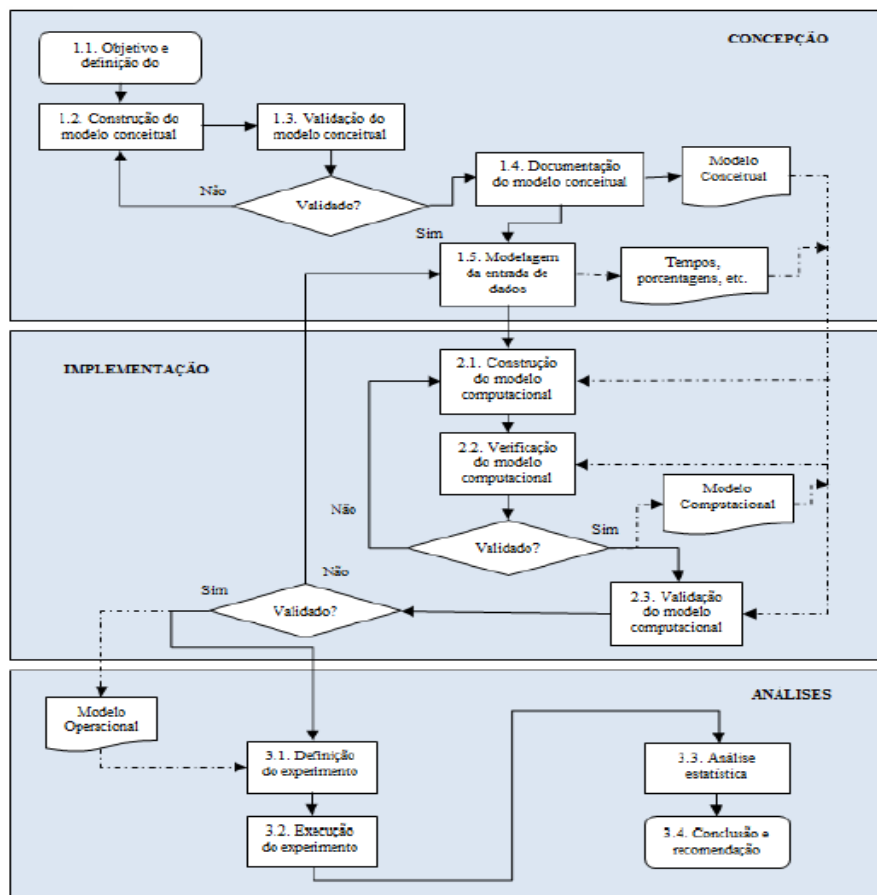
não existe limite máximo de aceitação de clientes pelo sistema, ou seja, o número de clientes potenciais é suficientemente

3. Metodologia

A pesquisa foi realizada com base em modelos, sendo classificada como quantitativa. De acordo com Bertrand e Fransoo (2002), esse tipo de pesquisa apresenta a ideia de que um modelo pode ser construído, a partir da explicação e/ou captura de parte de um comportamento e/ou problema de um processo da vida real que implicam em tomadas de decisões pelos gestores.

Para esta pesquisa foi utilizada a estrutura indicada por Montevechi et al. (2010), conforme Figura 6, que sugere a utilização de três etapas para o processo de construção do modelo, são elas: concepção, implementação e análise.

Figura 4 – Etapas do Projeto de Simulação



Fonte: Montevechi et al. (2010)

As etapas do projeto de simulação são descritas a seguir:

- Concepção:** Segundo Robinson (2008), o início de qualquer estudo de simulação é compreender o problema e traçar objetivos claros, pois eles guiarão a modelagem, servirão como referencial para a validação do modelo e fornecerá auxílio para a experimentação, bem como, uma métrica para avaliar o sucesso do estudo. Outra questão fundamental é expor as limitações e o nível de detalhe do modelo.
- Implementação:** Chwif e Medina (2007) recomendam que na segunda etapa o modelo conceitual seja transformado em um modelo computacional. A simulação computacional se apresenta como uma poderosa ferramenta, uma vez que favorece a visualização do processo e o acompanhamento dos seus resultados.
- Análise:** A terceira etapa é o momento onde o modelo está pronto para os experimentos, permitindo assim, o início do modelo operacional. Os resultados são

analisados e documentados após inúmeras rodadas serem realizadas (CHWIF E MEDINA, 2007).

4. Aplicação da metodologia

Nesta pesquisa foram utilizadas variáveis aleatórias que seguem uma distribuição exponencial para o tempo entre chegadas com média 1 minuto (Ex1) e para o tempo de atendimento com média 0,5 minuto (Ex2). Portanto, no estudo Ex1 e Ex2 são considerados os valores de entrada. Assim são definidas as fórmulas utilizadas o cálculo de λ e μ , onde λ representa o atendimento por unidade de tempo e μ diz respeito às chegadas por unidade de tempo.

$$\lambda = 1/Ex2 \quad (1)$$

$$\mu = 1/Ex1 \quad (2)$$

As fórmulas da metodologia analítica para filas M/M/1 estão representadas na Tabela 1.

Tabela 1 – Parâmetros Operacionais do Modelo M/M/1

Equação	Parâmetro	Fórmula	Descrição
3	Lq	$\frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$	Número Médio de Usuários na Fila
4	L	$\frac{\lambda}{(\mu - \lambda)}$	Número Médio de Usuários no Sistema
5	Wq	$\frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$	Tempo Médio na Fila
6	W	$\frac{1}{\mu - \lambda}$	Tempo Médio no Sistema
7	ρ	$\frac{\lambda}{\mu}$	Taxa de ocupação

Fonte: Adaptado de Moore e Weatherford (2005)

Como os dados são bastante simples, as simulações foram realizadas por meio do *software* Excel®. A aleatoriedade nesse caso foi alcançada através da realização de 1000 simulações. Os parâmetros definidos para o modelo M/M/1 e suas fórmulas são definidos na Tabela 2.

Tabela 2 – Parâmetros para o Modelo M/M/1

Equação	Parâmetro	Fórmula	Descrição
8	ri	$\frac{-\ln(1 - \mu)}{\lambda}$	Tempo entre as chegadas
9	si	$\frac{-\ln(1 - \mu)}{\mu}$	Tempo de atendimento
10	ai	$ai = ai-1 + ri$	Instante de chegada
11	bi	$\max(ai; ci-1)$	Início do atendimento
12	ci	$bi + si$	Instante do fim do atendimento
13	wi	$bi - ai$	Tempo de espera na fila
14	ui	$ci - ai$	Tempo do sistema
15	oi	$bi - ci - 1$	Tempo ocioso

Fonte: Adaptado de Perin Filho (1995)

Os valores aleatórios *ri* e *si* foram gerados pelo método da transformada inversa do Excel®. Na Tabela 3 estão as fórmulas usadas no Excel® para a simulação.

Tabela 3 – Fórmulas da Tabela de Simulação

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		$\lambda = 1$				$\mu = 2$			
2									
3	i	Intervalo entre Chegadas ri	Tempo de Atendimento si	Chegada ai	Início de Atendimento bi	Término de Atendimento ci	Tempo de Fila wi	Tempo de Sistema ui	Tempo Ocioso oi
4	0								
5	=A4+1	=(-LN(1-(ALEATÓRICO())))/\$B\$1	=(-LN(1-(ALEATÓRICO())))/\$G\$1	=D4+B5	=MÁXIMO(F4,D5)	=E5+C5	=E5-D5	=F5-D5	=E5-F4
6	=A5+1	=(-LN(1-(ALEATÓRICO())))/\$B\$1	=(-LN(1-(ALEATÓRICO())))/\$G\$1	=D5+B6	=MÁXIMO(F5,D6)	=E6+C6	=E6-D6	=F6-D6	=E6-F5

Fonte: Autor (2014)

A tabela 4 mostra um extrato com os 10 primeiros valores da tabela simulada com $n=1000$, onde as variáveis aleatórias 2 são calculadas.

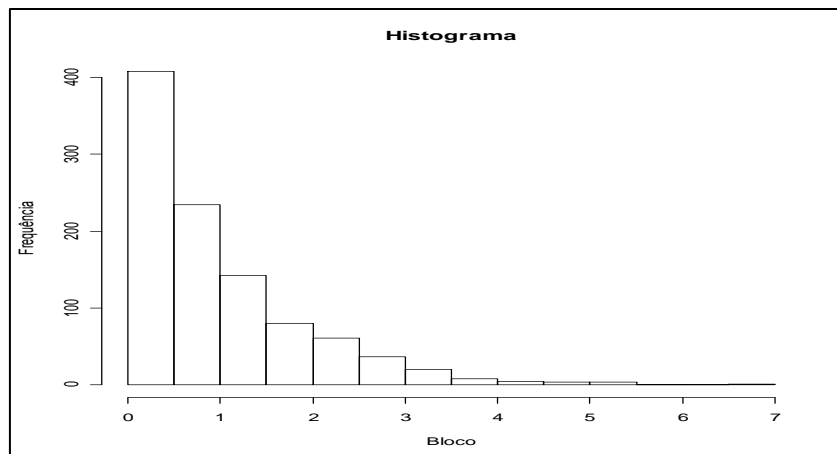
Tabela 4 – Valores da Tabela de Simulação

i	ri	si	ai	bi	ci	wi	oi	ui
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0,515354147	0,148158036	0,515354	0,515354	0,663512	0	0,51535415	0,148158
2	0,374230997	0,188077621	0,889585	0,889585	1,077663	0	0,22607296	0,188078
3	0,23897033	0,035577912	1,128555	1,128555	1,164133	0	0,05089271	0,035578
4	1,424934635	1,093411264	2,55349	2,55349	3,646901	0	1,38935672	1,093411
5	2,923161681	0,45977373	5,476652	5,476652	5,936426	0	1,82975042	0,459774
6	4,819210852	0,187520729	10,29586	10,29586	10,48338	0	4,35943712	0,187521
7	0,000499287	0,372365956	10,29636	10,48338	10,85575	0,187021	0	0,559387
8	0,023609721	0,096347132	10,31997	10,85575	10,9521	0,535778	0	0,632125
9	3,624870724	0,508927877	13,94484	13,94484	14,45377	0	2,99274591	0,508928
10	0,595006526	0,659999442	14,53985	14,53985	15,19985	0	0,08607865	0,659999

Fonte: Autor (2014)

Para avaliação da convergência do tempo entre chegadas e do tempo de atendimento foi construído dois histogramas no suplemento Action®. A Figura 5 mostra os dados de ri e a Figura 6 mostra os dados de Si em forma de histograma.

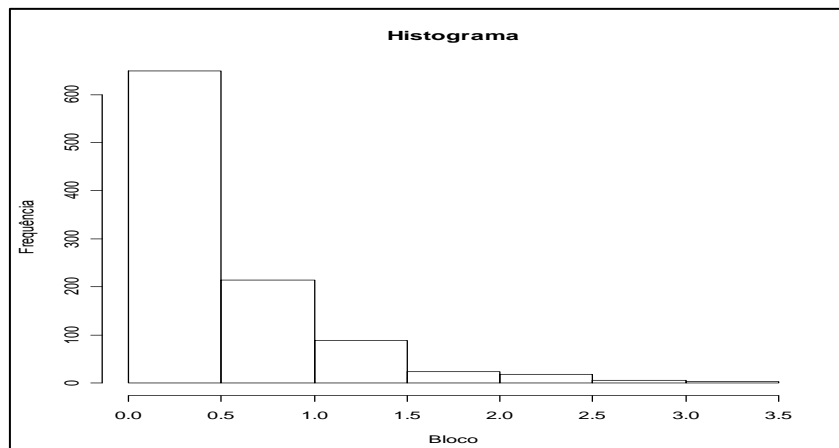
Figura 5 – Histograma de ri



Fonte: Autor (2014)

Na Figura 5 foi obtido um valor médio de $Ri = 1,038513606$ e variância = 1,01495. Percebe-se que os resultados estão muito próximos do valor analítico, sendo $ri = 1/\lambda$ e variância = $1/\lambda^2$. Os dados convergem para o valor dado de 1 minuto.

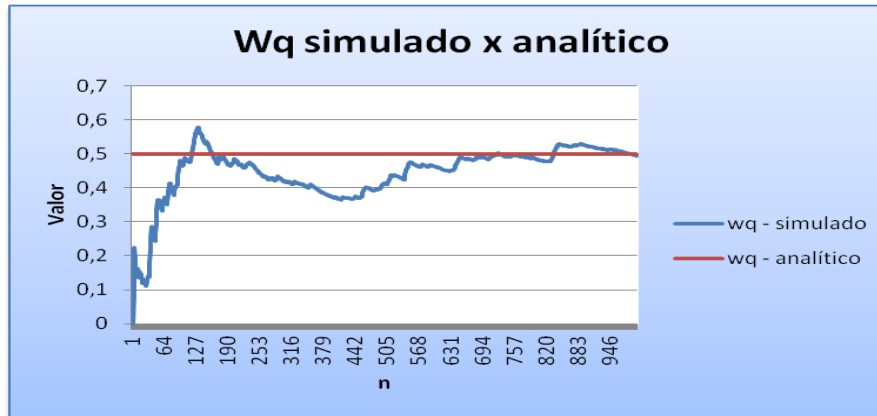
Figura 6 – Histograma de si



Fonte: Autor (2014)

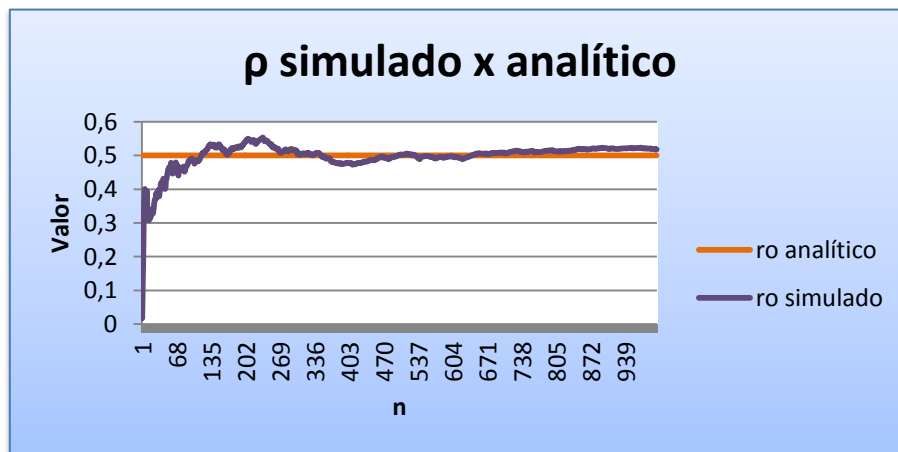
Na Figura 6 registrou-se um valor simulado de $si = 0,495143646$ e variância = $0,25681$. Após a construção dos histogramas, elaboram-se as medidas para o tempo médio de espera na fila (wq) e também para a ocupação do servidor (ρ) para $n = 1, 2, \dots, 1000$. Nas Figuras 7 e 8 são apresentados o wq simulado x analítico e o ρ simulado x analítico, respectivamente.

Figura 7 – wq simulado x analítico M/M/1



Fonte: Autor (2014)

Figura 8 – ρ simulado x analítico M/M/1



Fonte: Autor (2014)

Para encerrar a análise das filas M/M/1, propõe-se acelerar o tempo médio de espera na fila, adotando taxas de chegada (wq) e ocupação do servidor (ρ) com valores TEC: 0,9; 0,8; 0,7; 0,6 e 0,505. Foram realizadas 10 simulações a fim de avaliar o desempenho do servidor M/M/1. Os resultados são mostrados nas Tabelas 5 e 6.

Tabela 5 – Aceleração para Taxa de Chegada

λ	μ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	wq médio	desvio padrão	wq analítico
1,000	2	0,097697	0,480539	0,737946	0,850605	0,831982	0,713127	0,623986	0,554654	0,528915	0,53138	0,595083	0,217862434	0,5
1,111	2	0,25469	0,392148	0,701956	0,561565	0,662511	0,567867	0,763442	0,933929	0,957065	0,881795	0,6676967	0,230591302	0,625
1,250	2	0,169168	0,161423	0,588185	0,773179	1,037847	0,889583	0,778385	0,691898	0,622708	0,566098	0,6278472	0,282418378	0,833333333
1,429	2	0,349154	0,36341	0,272558	0,366349	0,657142	0,929677	1,11532	1,363268	1,505239	1,609175	0,8531292	0,520463852	1,25
1,667	2	0,133013	0,088676	0,338298	0,543548	0,85917	1,038861	1,258093	1,433466	1,685198	1,975897	0,935422	0,656962103	2,5
1,980	2	1,544928	2,575516	4,26194	5,206032	5,765727	6,129642	6,427868	6,690323	6,865262	7,025351	5,249259	1,889185816	50

Fonte: Autor (2014)

Tabela 6 – Aceleração para Ocupação do Servidor

λ	μ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	ρ médio	desvio padrão	ρ analítico
1,000	2	0,6795	0,7962	0,7985	0,8225	0,8306	0,8275	0,7014	0,7134	0,7228	0,7381	0,76305	0,057827084	0,50
1,111	2	0,8546	0,9038	0,9313	0,8915	0,892	0,7436	0,7661	0,771	0,7853	0,8012	0,83404	0,068013907	0,56
1,250	2	0,5121	0,7691	0,7761	0,8364	0,8456	0,8259	0,6463	0,5985	0,5532	0,6312	0,69944	0,125163912	0,63
1,429	2	0,9009	0,9119	0,9173	0,9388	0,9469	0,9484	0,9555	0,957	0,9604	0,961	0,93981	0,021957962	0,71
1,667	2	0,7786	0,7208	0,776	0,8234	0,8244	0,8407	0,8464	0,8715	0,8841	0,8924	0,82583	0,054067757	0,83
1,980	2	0,9478	0,9725	0,9732	0,9749	0,9756	0,9764	0,977	0,9774	0,9781	0,9783	0,97312	0,009107848	0,99

Fonte: Autor (2014)

O fato de o tempo médio entre chegadas diminuir, não implica necessariamente que a taxa de ocupação do servidor irá aumentar, conforme observado na Tabela 6. Além disso, os resultados obtidos nas simulações podem não ser próximos dos resultados do método analítico, é preciso cautela para analisar os dados.

A taxa de ocupação do servidor aumenta até chegar próximo aos 100%, então uma solução seria adicionar mais outro canal de atendimento, tornando assim o tipo de fila para M/M/2.

Para o modelo M/M/2 foram estabelecidas variáveis aleatórias considerando uma taxa média de chegada entre alunos de 0,505 minutos e tempo médio de atendimento de 0,5 minutos. Assim, conforme demonstrado pelas equações 16 e 17, o valor da taxa de chegada (λ) é igual a 1,9802 e o intervalo entre as chegadas utiliza a distribuição exponencial negativa de $1/\lambda$.

$$Ex1: \text{tempo médio entre chegadas} = 1 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{Ex1} = \frac{1}{0,505} = 1,9802 \quad (16)$$

$$Ex2: \text{tempo médio de atendimento} = 0,5 \Rightarrow \mu = \frac{1}{Ex2} = \frac{1}{0,5} = 2 \quad (17)$$

As fórmulas do modelo analítico são exemplificadas abaixo, onde as variáveis possuem significado idêntico ao atribuído na Tabela 1.

$$L = \frac{\lambda \mu \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s \cdot P_0}{(s-1)!(s\mu - \lambda)^2} \cdot \frac{\lambda}{\mu} \quad (18)$$

$$Lq = \frac{\lambda \mu \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s \cdot P_0}{(s-1)!(s\mu - \lambda)^2} \quad (19)$$

$$W = \frac{\mu \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s \cdot P_0}{(s-1)!(s\mu - \lambda)^2} + \frac{1}{\mu} \quad (20)$$

$$Wq = \frac{\mu \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s \cdot P_0}{(s-1)!(s\mu - \lambda)^2} \quad (22)$$

O modelo M/M/2 difere do modelo M/M/1 basicamente em função do número de servidores que é maior do que 1, ou seja, $s > 1$, além da saída do atendimento (ci) mudar, fazendo com que haja uma intercalação entre clientes. Para o cálculo do término de atendimento (ci) é necessário primeiramente calcular o início de atendimento (bi), exposto na fórmula 23.

$$bi = \max \{a_i \min \{C_{i-1}^1, C_{i-1}^2\}\} \quad (23)$$

Assim, pode-se realizar o cálculo do término de atendimento, de acordo com a fórmula 24.

$$ci = bi + si$$

$$C_i^1 = \begin{cases} Ci, se C_{i-1}^1 \leq C_{i-1}^2 \\ C_{i-1}^1, se C_{i-1}^1 > C_{i-1}^2 \end{cases} \quad (24)$$

$$C_i^2 = \begin{cases} C_{i-1}^2, se C_{i-1}^1 \leq C_{i-1}^2 \\ Ci, se C_{i-1}^1 > C_{i-1}^2 \end{cases}$$

Neste caso foram trabalhados dois servidores, sendo C_i^1 , o servidor 1, e C_i^2 , o servidor 2. Segue na Tabela 7, a modelagem para a fila M/M/2.

Tabela 7 – Modelagem da Fila M/M/2 para $n = 1, 2, \dots, 1000$

i	Intervalo entre Chegadas ri	Tempo de Atendimento si	Chegada ai	Início de Atendimento bi	Término de Atendimento ci	Término de Atendimento C1	Término de Atendimento C2	Tempo de Fila wi	Tempo de Sistema ui	Tempo Ocioso oi	Média Temporal Wmedio	Wq Analítico	Ro Simulado	Ro Analítico
1	1,478837774	0,065754637	1,478837774	1,478837774	1,544592411	1,544592411	0	0	0,06575	1,478837774	0	0,1623	4,26%	49,50%
2	2,87230891	0,191844024	4,351146683	4,351146683	4,542990707	1,544592411	4,542990707	0	0,19184	4,351146683	0	0,1623	35,84%	49,50%
3	1,949188094	0,588956072	6,300334777	6,300334777	6,88929085	6,88929085	4,542990707	0	0,58896	4,755742366	0	0,1623	23,17%	49,50%
...														
998	1,885237007	0,761140021	1017,97707	1017,97707	1018,73821	1018,73821	1017,476731	0	0,76114	3,00260183	0,038488043	0,1623	25,17%	49,50%
999	1,450942369	0,445586402	1019,428013	1019,428013	1019,873599	1018,73821	1019,873599	0	0,44559	1,951281468	0,038449516	0,1623	25,16%	49,50%
1000	0,313285312	0,507252153	1019,741298	1019,741298	1020,24855	1020,24855	1019,873599	0	0,50725	1,00308766	0,038411067	0,1623	25,14%	49,50%

Fonte: Autor (2014)

Para esta simulação, a partir da estimacão de ρ foi obtido o *pmdio* (ro), representado pela fórmula 25.

$$\rho_{médio} = (1 - \frac{\sum_{i=1}^N O_i}{CN})/s \quad (25), \text{ sendo } s, \text{ o número de servidores.}$$

Por meio da Tabela 8  possível perceber que o tempo médio na fila que foi simulado, 0,12228 é próximo do valor obtido pelo do modelo matemático.

Tabela 8 – Taxa de Chegada para Fila M/M/2

λ	μ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	wq médio	desvio padrão	wq analítico
1,980	2	0,116198	0,163049	0,130439	0,114853	0,098445	0,122901	0,112148	0,10823	0,133845	0,122692	0,12228	0,017711682	0,1623

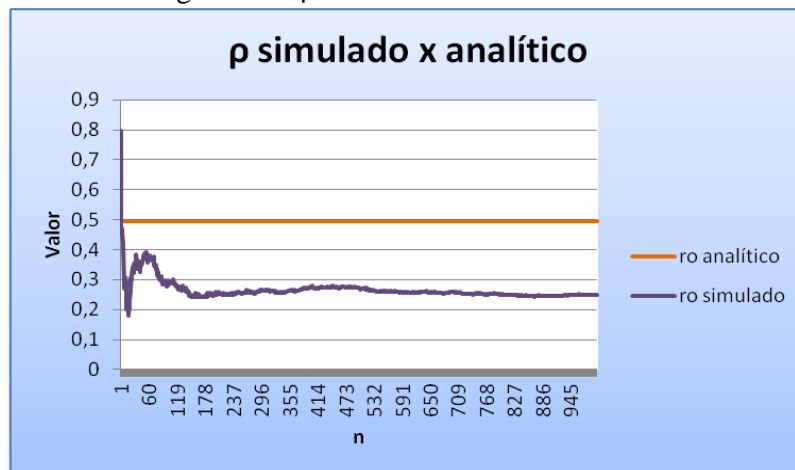
Fonte: Autor (2014)

Finalmente elabora-se as medidas para o tempo médio de espera na fila (wq) e também para a ocupao do servidor (ρ) para $n = 1, 2, \dots, 1000$ para o modelo M/M/2. Nas Figuras 12 e 13 são apresentados o wq simulado x analítico e o ρ simulado x analítico, respectivamente.

Figura 12 – wq simulado x analítico M/M/2



Fonte: Autor (2014)

Figura 13 – ρ simulado x analítico M/M/2

Fonte: Autor (2014)

As Figuras 12 e 13 mostram que a escolha por colocar outro canal de atendimento é válida para esse sistema, pois o tempo médio na fila é reduzido em cerca de 50%.

4. Considerações finais

O *software* Excel® permite que o aluno investigue todas, ou quase todas, as variáveis de simulação de forma prática apenas com o uso de um computador, assim, consegue criar novos cenários para um determinado problema ou situação criada, buscando alternativas que o levem a resultados desejados.

Os dados gerados nessa pesquisa servirão de base para o entendimento da prática pedagógica baseada em uma análise sistêmica. Dessa forma, os alunos podem tanto assimilar os conceitos pelo método tradicional, como também reproduzir esses conceitos através de um simulador, tomar decisões e questioná-las, de forma a desenvolver um aprendizado que seja efetivo, por meio da construção e reconstrução de modelos de simulação.

A modelagem analítica e da simulação apresentaram resultados bastante semelhantes. Em ambos os casos se faz necessário o conhecimento das distribuições de frequência que permeiam processos fundamentais no sistema, como chegada e atendimento. A principal diferença entre os dois métodos reside no fato de que a Teoria de Filas, a partir do equacionamento do modelo de filas, resulta na solução analítica do problema, o que pode ser um empecilho em momentos onde as distribuições de frequência não são as mais comuns.

Quando bem empregada, a simulação se transforma em uma ferramenta eficaz dirigida à construção do conhecimento do Engenheiro, agregando não só valor ao curso, mas também aos alunos, o que torna o processo de ensino/aprendizagem mais dinâmico e motivador.

Referências

ANDRADE, E. L. *Introdução à Pesquisa Operacional: Métodos e Modelos para Análise de Decisões*. 4 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

BARBOSA, R. A. A.; RODRIGUES, T. L.; ALMEIDA, R. E. P.; ESPINDOLA, J. R. A.; MOREIRA, D. F. V. *Modelagem e Análise do Sistema de Filas de Caixas de Pagamento em uma Drogaria: Uma Aplicação da Teoria das Filas*. In: Anais do XXIX ENEGEP - Encontro Nacional de Engenharia de Produção, Salvador, BA, 2009.

BERTRAND, J. W. M.; FRANSOO, J. C. *Modeling and Simulation: Operations Management Research Methodologies Using Quantitative Modeling*. International Journal of Operation & Production Management, v. 22, pg. 241-264, 2002.

BREMENKAMP, D. H.; MENEZES, A. G. C.; CARMO, C. T. *Uso de Interface Computacional e Simulações como Estratégia de Ensino em Engenharia de Produção: a Importância do Feedback na Construção do*

- Conhecimento. In: Anais do XXXII ENEGEP - Encontro Nacional de Engenharia de Produção, Bento Gonçalves, RS, 2012.
- BUENO, C. C.; DINIZ, N. O. S.; BACHEGA, S. J. *Uso da Simulação como Apoio ao Ensino do Sistema de Controle da Produção Constant Work in Process (CONWIP)*. In: Anais do XXXII ENEGEP - Encontro Nacional de Engenharia de Produção, Bento Gonçalves, RS, 2012.
- CARDOSO, F. S.; FERNADES JUNIOR, R. F.; SANTOS, Y. B. I. *Aplicação de Teoria de Filas no Sistema de uma Panificadora*. In: Anais do XXX ENEGEP - Encontro Nacional de Engenharia de Produção, São Carlos, SP, 2010.
- CHWIF, L.; MEDINA, A. C. *Modelagem e Simulação de Eventos Discretos: Teoria e Aplicações*. 2 ed. rev. São Paulo: Ed. dos Autores, 2007.
- CRUZ, A. B.; CARVALHO, C. P.; BENZECRY, J. H.; ALMEIDA, M. A. R.; REZENDE FILHO, M.; SILVA, S. C. M. *Utilizando Teoria de Filas para Avaliação de Desempenho de um Centro de Manutenção de uma Petroquímica Brasileira*. In: Anais do IX CONVIBRA - Congresso Online de Administração, 2012.
- FIGUEIREDO, R. S.; ZAMBOM, A. C.; SAITO, J. R. *A Introdução da Simulação como Instrumento de Ensino e Aprendizagem*. In: Anais do XXI ENEGEP - Encontro Nacional de Engenharia de Produção, Salvador, BA, 2001.
- FRANCO, M. A. S. *Pedagogia como Ciência da Educação*. 2. ed. Editora Cortez. São Paulo, 2008.
- FREITAS FILHO, P. J. *Introdução à Modelagem e Simulação de Sistemas: com Aplicações em Arena*. 2. ed. Florianópolis: Visual Books, 2008.
- KHALIL, R.F. *O Uso da Tecnologia de Simulação na Prática Docente do Ensino Superior*. In: Anais do XVI ENDIPE - Encontro Nacional de Didática e Práticas de Ensino, Campinas, SP, 2012.
- LAW, A. M.; KELTON, W. D. *Simulation Modeling and Analysis*. 3 ed. New York: McGraw-Hill, 2000.
- MONTEVECHI, J. A. B.; PINHO, COSTA, R. F. S.; OLIVEIRA, M. L.; SILVA, A. L. F. *Conceptual Modeling in Simulation Projects by Mean Adapted IDEF: an Application a Brazilian Tech Company*. In: Winter Simulation Conference, Baltimore, MD, USA, 2010.
- MOORE, Jeffrey H. & WEATHERFORD, Larry R. *Tomada de Decisão em Administração com Planilhas Eletrônicas*. 6ª Edição. Porto Alegre: Bookman, 2005.
- MUNK, M.; MARTINS, R. C.; CHIYOSHI, F. *Protótipo de dimensionamento de estoque*. In: Anais do XVIII ENEGEP - Encontro Nacional de Engenharia de Produção, Niterói, RJ, 1998
- PAIVA, C. N. *A Relevância do Fator Humano na Simulação Computacional*. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção). Universidade Federal de Itajubá, 2010.
- PEREIRA, F. L. M.; COSTA, F. N.; AMARAL, T. B. P.; CARVALHO, C. A. S. *Análise da Eficiência do Atendimento em um Setor de Coleta Sanguínea de um Laboratório: Estudo de Caso de Teoria das Filas*. In: Anais do XXIX Encontro Nacional de Engenharia de Produção, Salvador, BA, 2009.
- PERIN FILHO, C. *Introdução à Simulação de Sistemas*. UNICAMP, Campinas, SP, 1995.
- PRADO, D. S. *Teoria das Filas e da Simulação*. 4. ed. Nova Lima, MG: INDG-Tecnologia e serviços, 2009.
- ROBINSON; S. *Conceptual Modeling for Simulation Part II: a Framework for Conceptual Modeling*. Journal of the Operational Research Society, v. 59, pg. 291-304, 2008.
- RYAN, J.; HEAVEY, C. *Process Modeling for Simulation*. Computers in Industry, v. 57, pg. 437- 450, 2006.
- SABBADINI, F.; GONÇALVES, A. A.; OLIVEIRA, M. J. F. *Gestão da Capacidade de Atendimento e Simulação Computacional para a Melhoria na Alocação de Recursos e no Nível de Serviço em Hospitais*. In: Anais do III SEGET – Simpósio de Excelência em Gestão e Tecnologia, Resende, RJ, 2006.
- SAMPAIO, P. G. V.; OLIVEIRA, S. D. *Estudo de Modelagem e Simulação de Filas num Supermercado Associado à Análise de Cenários*. In: Anais do XXXIII ENEGEP - Encontro Nacional de Engenharia de Produção, Salvador, BA, 2013.
- SILVA, A. E.; SANTOS, A. G.; LIMA, M. L. S.; BACHEGA, S. J. *Simulação Computacional como Técnica de Auxílio no Processo de Ensino e Aprendizagem no Sistema de Emissão de Ordens Two-Boundary Control (TBC)*. In: Anais do XXXII ENEGEP - Encontro Nacional de Engenharia de Produção, Bento Gonçalves, RS, 2012.